**TALLER**

**Intervalos de confianza**.

1. En un proceso químico pueden emplearse dos catalizadores 1 y 2. Se sospecha que el catalizador 2 podría tener en promedio mejor rendimiento que el catalizador 1. Para verificar esta afirmación, se prepararon 36 lotes con el catalizador 1 y 49 lotes con el catalizador 2. Para el primer lote el rendimiento promedio fue 86 con una desviación estándar de 3. Para el segundo lote se obtuvo un rendimiento medio de 89 y una desviación estándar de 2. Use un I.C al 95% para verificar las sospechas.
2. Se hicieron pruebas de resistencia a la tensión a dos tipos distintos de varilla para alambres y se obtuvieron los siguientes datos:

Grado Tamaño muestra Media desv. stan

AISI 1064 n =129 107.6 1.3

AISI 1078 m=129 123.6 2.0

¿Indican estos datos que la resistencia promedio real del grado 1078 es mayor que la del grado 1064 en más de 10 kg /mm2? Construya un intervalo de confianza para tomar la decisión. Comente.

1. El volumen de huecos en una tela afecta las propiedades de comodidad, flamabilidad y aislantes. La permeabilidad de una tela se refiere a la accesibilidad de los espacios huecos al flujo de un gas o líquido. Se tiene información sobre la permeabilidad al aire (cm3/cm2/s) de varios tipos de diferentes de tela. Considere los siguientes datos sobre los dos tipos diferentes de tela de tejido ordinario.

Tipo de tela Tamaño de muestra Media muestral Desviación estándar muestral

Algodón 10 51.71 0.79

Triacetato 10 136.14 3.59

Suponiendo que las distribuciones de porosidad de ambos tipos de tela son normales, calcule un intervalo de confianza para la diferencia entre la porosidad promedio verdadera de la tela de algodón y la tela de acetato utilizando un nivel de confianza 99%.

**Pruebas de hipótesis:**

1. En cierta región, tres candidatos aspiran a un cargo público. Para elegir a uno de los tres se realiza una rotación entre todas las personas mayores de edad. Para tener idea si existe preferencia por alguno de los tres, se realiza una encuesta a 1000 personas y 400 mostraron preferencia por el candidato A , 280 por el candidato B y 320 por el candidato C. ¿Existe mayor preferencia por el candidato A que por los otros dos?
2. En una muestra aleatoria de 500 adultos residentes en cierto condado, se encuentra que 385 están a favor de aumentar el límite de velocidad en las autopistas a 70mph, mientras que en otra muestra de 400 adultos residentes en un condado vecino se encuentra que 267 están a favor del aumento del límite de velocidad. ¿Estos datos indican que existe una diferencia en el apoyo al aumento del límite de velocidad entre los residentes de ambos condados? Utilice para llegar a una conclusión. Encuentre el valor P de ésta prueba.
3. Dos compañías fabrican un material de caucho para su uso en aplicaciones automovilísticas. La pieza estará sujeta a un desgaste abrasivo en el campo de aplicación, así que se decide comparar en una prueba el material producido por cada compañía. Para ello se toman 25 muestras de material provenientes de cada compañía y se someten a una prueba de abrasión, donde se observa el desgaste después de 1000 ciclos. Para la compañía 1, la media y la desviación estándar Muestral del desgaste son 20mg /1000 ciclos y 6mg /1000 ciclos respectivamente. Mientras que para la compañía 2 se tiene que media 15mg /1000 ciclos y desviación estándar = 8mg /1000 ciclos.
4. ¿Los datos apoyan la afirmación de que ambas compañías producen material que tiene el mismo desgaste promedio? asuma que las varianzas poblacionales son iguales. Encuentre el valor P de ésta prueba.
5. ¿Los datos apoyan la afirmación de que el material de la compañía 1 tiene un desgaste promedio mayor que el de la compañía 2? Utilice las mismas suposiciones que en el inciso a)
6. Un ingeniero que trabaja para un fabricante de llantas investiga la duración promedio de un compuesto nuevo de caucho. Para ello, construye 16 llantas y las prueba en una carretera hasta alcanzar el fin de la vida útil de éstas. Los datos, en km, obtenidos son los siguientes:

|  |
| --- |
| 60613 59836 59554 60252 |
| 59784 60221 60311 50040 |
| 60545 60257 60000 59997 |
| 69947 60135 60220 60523 |

Al ingeniero le gustaría demostrar que la vida útil promedio de la nueva llanta excede los 60 mil km. Proponga y pruebe hipótesis apropiadas. Obtenga una conclusión con = 0.05 y = 0.01. ¿Difieren los resultados?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

1. La tabla siguiente muestra *ACT* -American College Test-(prueba estándar de aprovechamiento ideada para estudiantes de USA) y el *GPA-*Grade Point Average-(promedio de calificaciones) de ocho estudiantes universitarios. El promedio de calificaciones se basa en una escala de cinco puntos y está redondeado a un decimal

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  | | --- | --- | --- | | Estudiante | GPA | ACT | | 1 | 2.7 | 23 | | 2 | 3.4 | 24 | | 3 | 3.0 | 26 | | 4 | 3.5 | 27 | | 5 | 3.6 | 30 | | 6 | 3.1 | 24 | | 7 | 2.7 | 25 | | 8 | 3.7 | 30 | | **(a).** Estime la relación entre *ACT* y *GPA* mediante MCO; es decir obtenga los estimadores de la intercepción y la pendiente en la ecuación  Comente la dirección de la relación. ¿ la intercepción tiene aquí una interpretación útil?. Explíquelo. ¿A cuánto asciende el *GPA* si el *ACT*  aumenta cinco puntos?  **(b).** Calcule los valores ajustados y los residuales de cada observación y verifique que los residuos suman aproximadamente cero.  **(c).** ¿ cuál es la cifra pronosticada del *GPA* cuando *ACT =*28? |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  | | --- | --- | --- | |  |  |  | | Tiendas | Espacio  en estante,  (X pies) | Ventas semanales, (Y en cientos de dólares) | | 1 | 1.726 | 3.681 | | 2 | 1.642 | 3.895 | | 3 | 2.343 | 6.653 | | 4 | 5.555 | 9.543 | | 5 | 1.292 | 3.418 | | 6 | 2.208 | 5.563 | | 7 | 1.313 | 3.66 | | 8 | 1.102 | 2.694 | | 9 | 3.151 | 5.468 | | 10 | 1.516 | 2.898 | | 11 | 5.161 | 9.674 | | 12 | 4.567 | 7.585 | | 13 | 5.841 | 8.761 | | 14 | 3.008 | 4.085 | | 1. Durante los pasados 25 años una cadena de almacenes de descuento de ropa para dama aumentó su participación en el mercado mediante el incremento del número de sucursales de la cadena. Nunca ha utilizado un planteamiento sistemático de la elección del lugar; esta se basaba principalmente en lo que se considera ser un buen lugar o un buen arrendamiento. Este año, con un plan estratégico para abrir varias tiendas nuevas, se le pidió al director de proyectos especiales y de planeación que desarrollara una propuesta para predecir las ventas anuales en las nuevas tiendas que se han abierto.   La tabla adjunta representa la superficie de la tienda y las ventas anuales en miles de dólares para una muestra de 14 tiendas de la cadena.  **(a).** Suponiendo que hay una relación lineal, utilice el método de máxima verosimilitud para encontrar los coeficientes de regresión  e interprételos.  (b) Haga una prueba de significancia individual para la variable espacio.  **(c).** Halle e interprete un inter valo de confianza del 99% para .  (d). Si el espacio es de 1.800 pies, hallar e interpretar un intervalo de confianza del 99% para el valor medio de predicción de las ventas semanales.  (e). Construya la tabla ANOVA y determine si la variable espacio es estadísticamente significativa en el modelo. Use un nivel de significancia del 5%. |

1. Al gerente del departamento de adquisiciones de una organización bancaria le gustaría desarrollar un modelo para predecir la cantidad de tiempo que le llevaría procesar las facturas. Se tomaron datos de una muestra de 20 días con los resultados siguientes:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Número de facturas procesadas** | **Cantidad de tiempo (Horas)** |  | **Número de facturas procesadas** | **Cantidad de tiempo (Horas)** |
| 149 | 2.1 |  | 110 | 1.5 |
| 160 | 1.8 |  | 83 | 1.2 |
| 188 | 2.3 |  | 60 | 0.8 |
| 21 | 0.3 |  | 25 | 0.4 |
| 201 | 2.7 |  | 173 | 2.0 |
| 58 | 1.0 |  | 169 | 2.5 |
| 77 | 1.7 |  | 190 | 2.9 |
| 222 | 3.1 |  | 233 | 3.4 |
| 181 | 2.8 |  | 289 | 4.1 |
| 30 | 1.4 |  | 43 | 1.1 |

**(a).** Suponiendo que hay una relación lineal, utilice el método de máxima verosimilitud para encontrar los coeficientes de regresión  e interprételos. **(b).** Hallar e interpretar, un intervalo de confianza del 95% para .**(c).** Probar si la pendiente en el modelo es significativa. **(d).** Si el número de facturas procesadas fueran 140, hallar intervalos de confianza del 95% para el valor real del número de la cantidad de tiempo. (e). Construya la tabla ANOVA y determine si la variable número de facturas es estadísticamente significativa en el modelo. Use un nivel de significancia del 5%.

**4.** La línea del mercado de capitales de la teoría de portafolio postula, para portafolios eficientes, una relación lineal entre el retorno esperado y el riesgo(medido por la desviación estándar) como la siguiente . Donde  es el retorno esperado sobre el portafolio  y  es la desviación estándar del retorno ***i*** . Dados los siguientes datos sobre el retorno esperado y desviación estándar del retorno de los portafolios de 20 fondos mutuos en nuestro bello país,

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Rendimiento anual promedio(%)** | **Desviación estándar del rendimiento anual(%)** | **Rendimiento anual promedio(%)** | **Desviación estándar del rendimiento anual(%)** |
| 14.6 | 15.3 | 14.4 | 15.9 |
| 10.3 | 9.21 | 11 | 11.9 |
| 10.5 | 13.5 | 15.2 | 19.2 |
| 12.4 | 16.3 | 14.6 | 18.7 |
| 11.9 | 15.6 | 16.4 | 23.5 |
| 12.4 | 12.1 | 14.5 | 23.4 |
| 14.8 | 16.8 | 16.4 | 21.7 |
| 15.7 | 19.3 | 15.1 | 19.1 |
| 10.9 | 13.7 | 11.4 | 14.1 |
| 14.4 | 21.4 | 14.5 | 25.5 |

**(a).** Utilice el método de los mínimos cuadrados para encontrar el coeficiente de regresión e interprételo. **(b).** Pruebe si existe una relación uno a uno entre las variables, tome  **(c)** Calcule e intérprete un intervalo de confianza para la pendiente, tome  **(d)** Si , calcular e interpretar un intervalo de confianza para la respuesta esperada y para la variación real de la respuesta, tome 

**5.** Un comerciante al menudeo llevó a cabo un estudio, durante doce semanas, para determinar la relación entre los gastos de publicidad ( X ) y las ventas ( Y ). Se obtuvieron los siguientes datos:     

a. Hallar un estimador puntual del volumen de ventas cuando el gasto de publicidad, es 53 dólares.

b. Si el gasto de publicidad se fija en 48 dólares, hallar intervalos de confianza del 95% para el volumen de ventas real, y para el número esperado de ventas

**6.** Para una muestra de 25 observaciones mensuales, se estimó la regresión del incremento porcentual en el precio del oro (Y) sobre el índice de precios al consumo (X) de un país. La recta de regresión muestral, obtenida mediante mínimos cuadrados ordinarios, fue 

La desviación típica estimada del estimador de la pendiente de la recta de regresión fue 1.01. Contrastar la hipótesis nula de que la pendiente de la recta de regresión es cero frente a la alternativa de que es positiva. ¿ para qué nivel de significancia se acepta la hipótesis

**7.** Para una muestra de 25 observaciones, se estimó la regresión del incremento porcentual en el precio del oro (Y) sobre el índice de precios al consumidor (X) en un país. La recta de regresión estimada mediante mínimos cuadrados fue ; además, las sumas de los cuadrados totales y residual fueron respectivamente  y .

**(a).** Probar si el índice de precios al consumidor no tiene un efecto lineal sobre el incremento en el precio del oro (tome ). Interprete.

**(b).** Construir la tabla ANOVA y probar si el modelo es estadísticamente significativo.

**(c).** Hallar e interpretar los coeficientes de determinación y el de correlación muestral.

(d). Si el coeficiente de correlación entre las variables es cero, ¿qué se puede decir de las variables X y Y ?

**8.** Los siguientes son los resultados obtenidos en un software estadístico y corresponden a datos sobre la tasa de retiro por cada 100 empleados en la industria manufacturera () y la tasa de desempleo en la misma. (El término retiro se refiere a gente que deja sus trabajos voluntariamente).

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Variable dependiente:** Tasa de retiro  **Variable independiente:** Tasa de desempleo | | | | | | |
| **Parámetro** | | **Estimador** | | | **Error estándar** | |
| Intercepto  Pendiente | | 3.36626  –0.286212 | | | 0.331084  0.062885 | |
| Análisis de varianza | | | | | | |
| Fuente de variación | Suma de cuadrados | | Gl | Cuadrados medios | | F |
| Modelo  Residuales | 1.14351 | |  |  | |  |
| Total 3.29692 | | | | | | |



1. Suponga que la tasa de retiro *Y* está relacionada linealmente con la tasa de desempleo *X*. Escriba el modelo de regresión lineal estimado e interprete la pendiente en términos de las variables.
2. Complete la tabla ANOVA y pruebe si el modelo es estadísticamente significativo. Interprete.
3. Halle e interprete los coeficientes de determinación y de correlación.

**9.** La tabla adjunta proporciona, para una muestra aleatoria de 20 fondos de inversión, la rentabilidad porcentual para un período de 12 meses y el activo total ( en millones de dólares).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | **Rendimiento** | **Activo** |  | **Rendimiento** | **Activo** | | 29.3 | 300 |  | 15.0 | 730 | | 27.6 | 70 |  | 14.4 | 436 | | 23.7 | 304 |  | 14.0 | 143 | | 22.3 | 161 |  | 13.7 | 117 | | 22.0 | 827 |  | 12.9 | 75 | | 19.6 | 295 |  | 11.3 | 610 | | 17.6 | 29 |  | 9.9 | 264 | | 16.0 | 421 |  | 7.9 | 27 | | 15.5 | 99 |  | 6.7 | 71 | | 15.2 | 756 |  | 3.3 | 719 | | **(a).** Pruebe si existe una relación uno a uno entre las variables, tome  **(b).** Probar si la pendiente en el modelo es significativa. **(c).** Si el activo total fuera 250 millones de dólares, hallar intervalos de confianza del 95% para el valor real del rendimiento. (d). Construya la tabla ANOVA y determine si la variable valor del activo total es estadísticamente significativa en el modelo. Use un nivel de significancia del 5%.  etría3) |

10. Considere los siguientes datos y los siguientes resultados del análisis de regresión en Excel:

x 5 5 9 7 5 5 7 7 10

y 7 7 11 10 9 9 11 9 13

|  |  |
| --- | --- |
| Estadísticas de la regresión | |
| Coeficiente de correlación múltiple | 0.8823223 |
| Coeficiente de determinación R^2 |  |
| R^2 ajustado | 0.74684874 |
| Error típico | 0.97793108 |
| Observaciones | 9 |

Análisis de varianza

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Grados de libertad | Suma de cuadrados | Promedio de los cuadrados | F | Valor crítico de F | |
| Regresión | 1 | 23.5277 | 23.5271 |  |  | |
| Residuos | 7 | 6.6944 |  |  | |  |
| Total | 8 | 30.2222 |  |  | | | |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Coeficientes | Error típico | Estadístico t | Probabilidad | Inferior 95% | Superior 95% |
| Intercepción | 3.4444 | 1.2744 | 2.7026 |  | 0.4308 | 6.4580 |
| Variable X 1 | 0.9166 | 0.1848 | 4.9600 |  | 0.4796 | 1.3536 |

a. Calcule los valores que deben ir en los espacios grises

b. A partir del valor-p del análisis de varianza, ¿el modelo es estadísticamente significativo?

c. A partir del estadístico de prueba del análisis de varianza, ¿el modelo es estadísticamente significativo?

d. A partir del valor-p para la pendiente, ¿el modelo es estadísticamente significativo?

e. A partir del estadístico de prueba para la pendiente, ¿el modelo es estadísticamente significativo?

f. ¿Cómo se interpreta el coeficiente de determinación?

g. ¿Cómo se interpreta el intercepto?

h. ¿Cuál es el pronóstico de la variable dependiente si la variable independiente es igual a 8?

i. ¿Cuál es la estimación de la varianza del error del modelo?

j. ¿Considera usted que el verdadero valor del intercepto es mayor que 3.5? Haga una prueba de hipótesis

k. ¿Considera usted que el verdadero valor de la pendiente es mayor que 1.01? Haga una prueba de hipótesis

l. Construya un intervalo de confianza para el valor verdadero de la variable dependiente cuando la independiente valga 8

m. Construya un intervalo de confianza para el valor esperado de la variable dependiente cuando la independiente valga 8

n. ¿Cuáles son los supuestos del modelo de regresión lineal? ¿Cómo se pueden corroborar de manera gráfica?

11. Se construye un modelo de regresión lineal simple entre el gasto en educación (y) y la renta disponible (x). Utilizando la información obtenida de una muestra de 10 familias se obtuvieron los siguientes resultados:

a. Estime el modelo de regresión lineal

b. Estima la elasticidad gasto en educación/renta para el promedio de las familias de la muestra

c. Descomponga la varianza total del gasto en educación de la muestra en varianza explicada y varianza residual

d. Calcule el valor-p del análisis de varianza y determine si el modelo es adecuado

e. Calcule el coeficiente de determinación e interprete

f. Estima la varianza de las perturbaciones (errores o residuales)

**Propiedades**

1. La variable aleatoria poblacional "renta de las familias" de un municipio se distribuye siguiendo un modelo . Se extraen muestras aleatorias simples de tamaño 4. Como estimadores del parámetro µ, se proponen los siguientes:

(a) Determine las propiedades de los estimadores

(b) ¿Cuál es el mejor estimador de acuerdo al criterio del MSE?

1. Si  es una variable aleatoria que tiene una distribución binomial con parámetros , muestre que  es un estimador sesgado de la varianza de .
2. Si  es una variable aleatoria que tiene una distribución binomial con parámetros , muestre que  es un estimador sesgado del parámetro . ¿es este estimador asintóticamente insesgado?
3. Sea  una muestra aleatoria de una población con media  y varianza . Considere los siguientes tres estimadores de . 

(a). Demuestre que cada uno de los tres estimadores es insesgado,

(b). De los tres, ¿cuál es el mejor estimador? Justifique claramente su respuesta.

**Máxima verosimilitud.**

1. Denote por  la proporción de tiempo asignado que un estudiante seleccionado al azar emplea trabajando en cierta prueba de aptitud y suponga que la función de densidad de  es



Una muestra aleatoria de 8 estudiantes produjo los siguientes datos:

.

1. Determine el EMV de .
2. Use la información muestral para calcular las estimaciones puntuales de momentos y máxima verosimilitud para .
3. Denote por  la proporción de tiempo asignado que un estudiante seleccionado al azar emplea trabajando en cierta prueba de aptitud y suponga que la función de densidad de es



Una muestra aleatoria de 8 estudiantes produjo la siguiente información

.

* 1. Determine el estimador de máxima verosimilitud () de .
  2. Use la información muestral para calcular la estimación puntual de máxima verosimilitud para .

1. Sea  una muestra aleatoria de una distribución con función de densidad de probabilidad dada por



* 1. Determine el de .

1. Sea  una muestra aleatoria de una población con función de densidad de probabilidad:



Suponiendo que  es conocido y  es desconocido, obtener el estimador de máxima verosimilitud del parámetro .

1. Sea  una muestra aleatoria de una población con función de densidad de probabilidad dada por:



Determine el de 

1. Suponga que  denota una muestra aleatoria de una población con la función de densidad de probabilidad, y parámetro desconocido , dada por: . Encuentre el estimador de máxima verosimilitud de 
2. Suponga que  denotan una muestra aleatoria de tamaño 2 de una población con la función de distribución exponencial, y parámetro desconocido , cuya función de densidad está dada por: 

Determine el de 

1. Suponga una m.a aleatoria de tamaño n que proviene de una población poisson con parámetro λ. Determine el de λ

Tabla

Descripción generada automáticamente